

Параллельные вычисления на кластере «УРАН»: разработка алгоритмов и программ для задачи восстановления размытых изображений

Т. И. Серезникова, С. В. Шарф, П. А. Васёв

Институт математики и механики УрО РАН, ул. С.Ковалевской 16, Екатеринбург, Россия

sti@imm.uran.ru, scharf@imm.uran.ru, pavel.vasev@gmail.com

Аннотация. В работе описан опыт разработки алгоритмов для восстановления разрывных решений интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода. Алгоритмы апробируются на решении задач восстановления размытых изображений. В основу алгоритмов положен метод Тихоновской регуляризации с дополнительным параметром для повышения точности приближенных решений. Для проведения расчетов разработаны параллельные программы с подключением средств оперативного визуального анализа, базирующегося на реализации взаимодействия с сервисом-посредником по протоколу SOAP. Приводятся результаты численных расчетов, демонстрирующих эффективность разрабатываемых алгоритмов и предложенных подходов к распараллеливанию последовательных программ. Расчеты выполняются на высокопроизводительном кластере «УРАН».

Ключевые слова

Интегральные уравнения, устойчивые методы, разрывные решения, восстановления изображений, распараллеливание по данным, кластер, удаленная on-line визуализация

1 Введение

Изображение является одним из основных способов представления информации для человека. Изображения, полученные с помощью, например, телескопа, как правило, искажаются и их необходимо восстановить или реконструировать. Для этого используется и развивается подход, основанный на численном решении двумерных интегральных уравнения Фредгольма 1-го рода, которые часто возникают при решении важных обратных задач в различных областях науки, техники, биологии, медицины. Прикладные обратные задачи, как правило, являются некорректными задачами, при численном решении этих задач возникают значительные погрешности, наблюдается неустойчивость поведения приближенных решений.

2 Ссылки на работы

В настоящее время нами проводится успешная работа по усовершенствованию численных алгоритмов для повышения качества восстановления размытых и зашумленных изображений. Работа ведется по трем направлениям: теоретическое обоснование сходимости методов [1,2,3]; разработка алгоритмов и программ [4,5] для компьютерных вычислений; проведение расчетов на высокопроизводительном вычислительном комплексе «УРАН».

В данной работе приводится описание опыта продолжения и развития разработки параллельных программ на кластере УРАН, подключения средств для оперативного визуального анализа прохождения вычислений, возможности осуществлять несколько независимых запусков, одновременно проводить ряд вычислительных экспериментов.

3 Математические модели, вычисления на кластере

3.1 Одномерный случай

Численные эксперименты для одномерного случая были проведены для модельной задачи о реконструкции гравитационного поля $u(x)$ ниже поверхности земли на основе величины функции $f(y)$, полученной по измерениям на поверхности земли. Интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода для одномерного случая имеет вид

$$(1) \quad Au \equiv \int_0^2 \frac{H}{H^2 + (x-y)^2} u(x) dx = f(y), \quad 0 < H < 2, \quad 0 \leq x, y \leq 2.$$

Приведенная для одномерного случая задача (1) относится к задачам восстановления в широком смысле, т. е. к восстановлению сигналов при проведении разных непрямых измерений (не только к задачам восстановления изображений).

3.2 Математическая модель восстановления изображений

Рассматривается двумерное интегральное уравнение Фредгольма первого рода

$$(2) \quad Au \equiv \int_0^1 \int_0^1 K(x-\xi, y-\eta) u(x, y) dx dy = f(\xi, \eta).$$

В задаче реконструкции изображения (2) требуется восстановить точное изображение (функцию u) по наблюдаемому в телескоп изображению (функция f).

3.3 Математическое описание алгоритмов

Рассматривается линейное операторное уравнение

$$(3) \quad Au = f, \quad \|f - f_\delta\| \leq \delta \quad (\text{Правая часть может быть задано приближенно}).$$

Для решения проблем неустойчивости приближенных решений для задачи (3) были предложены и развиваются технологии, известные под названием Тихоновские методы регуляризации. Ниже описан опыт использования и модификации двух алгоритмов.

В первом алгоритме для построения регуляризованного семейства приближенных решений используется метод Тихонова из [2] в виде

$$(4) \quad \min \{ \|Au - f_\delta\|_{C[\Pi]} + \alpha \|u\|_{H^\mu[\Pi]} : u \in H^\mu[\Pi] \},$$

$$\text{где } \|u\|_{H^\mu} = \max_{x \in \Pi} |u(x)| + \sup_{x_1, x_2 \in \Pi} \frac{|u(x_1) - u(x_2)|}{\|x_1 - x_2\|^\mu}.$$

Во втором алгоритме для построения регуляризованного семейства приближенных решений используется метод Тихонова из [3] в виде

$$(5) \quad \min \{ \|Au - f_\delta\|_{L_2}^2 + \alpha (\|u\|_{L_2}^2 + J(u)) : u \in U \},$$

$$\text{где } J(u) \equiv \sup_D \left\{ \int_D u(x) \operatorname{div} v(x) dx, : v \in C_0^1(D, \mathbb{R}^2), |v(x)| \leq 1 \right\}.$$

В процессе проведенных нами численных экспериментов в алгоритм был добавлен специальный итерированный вариант метода Тихонова. А именно, если обозначить $\Phi^\alpha(u)$ функционалы в (4) и (5), тогда для аппроксимации u^α предлагается итерационный процесс вида

$$(6) \quad u^k = \arg \min \{ \Phi^\alpha(u) + \beta \|u - u^{k-1}\|_H^2 : u \in U \},$$

где для нахождения u^k используется субградиентный метод

$$(7) \quad u^{k,v+1} = u^{k,v} - \lambda_k (\Phi^{\alpha,\beta}(u^{k,v}) - \bar{\Phi}) + \frac{v^{k,v}}{\|v^{k,v}\|},$$

здесь $v^{k,v} \in \partial\Phi^{\alpha,\beta}(u^{k,v})$, $\Phi^{\alpha,\beta}$ – целевая функция в (6), $\partial\Phi$ – субдифференциал функционала Φ , величина $\bar{\Phi}$ может уточняться в процессе счета.

3.4 Результаты численных экспериментов

Ниже, на рис. 1, изображены графики точных и приближенных решений для задачи (1).

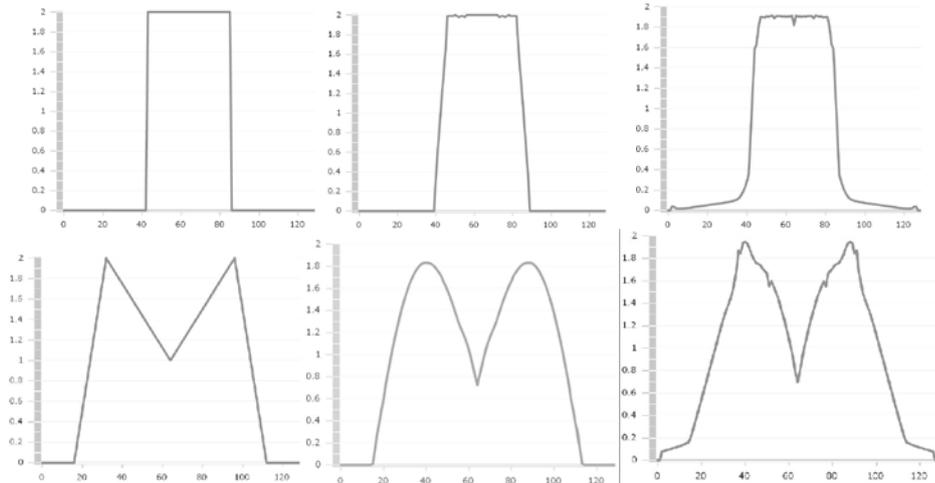


Рис. 1. Решения модельных одномерных задач. Первый столбец рисунков – точные решения; второй столбец – восстановленные решения для точной правой части в (1); третий столбец – восстановленные решения для «возмущенной» правой части уравнения (1)

Для одномерной задачи (1), из анализа рисунков, приведенных на рис. 1, видно, что предложенная технология, описываемая формулами (4), (6), (7), хорошо восстановила изломы и разрывы модельных решений одномерной задачи (1). В работе [2] более подробно описаны результаты расчетов.

Ниже на рис. 2 приведены три рисунка для одной реальной задачи восстановления изображения из совместной работы [2].



Рис. 2. Точное, зашумленное и восстановленное изображения

Для демонстрации новых результатов расчетов более сложных моделей, на сетке 128x128 узлов, нагляднее изображать сечения восстановленных поверхностей. Например, ниже, на рис. 3, приведены сечения наиболее существенных участков для двух новых моделей.

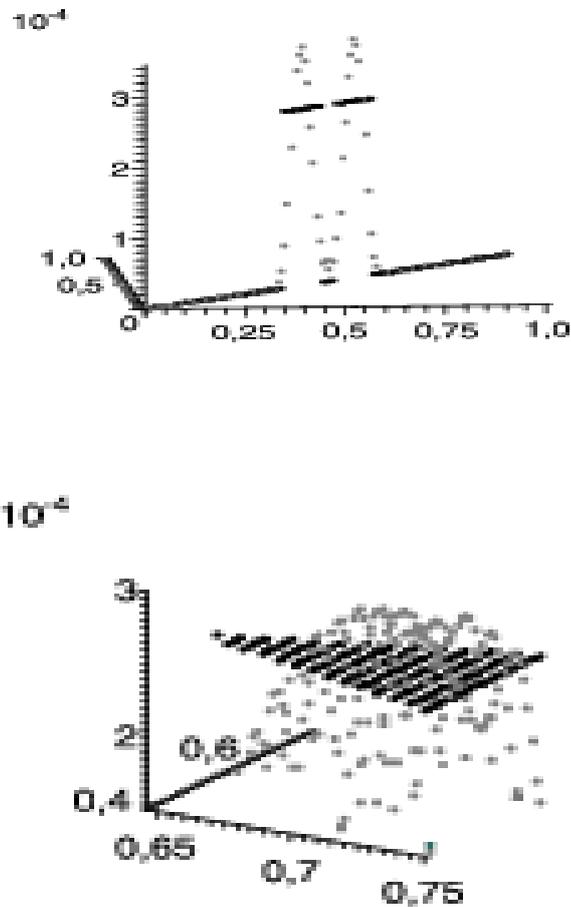


Рис. 3. Вверху (для второй модели) – восстановление сечения «ступенька». Внизу (для третьей модели) - восстановление изображения плоского треугольника (остальная часть точной поверхности, лежит ниже отметки, примерно, 1.5 по вертикали)

Важно заметить, что качество восстановления изображения зависит от точности восстановления подобного вида «ступенек» и «отдельно лежащих плоскостей» участков изображения. Точность восстановления определяется свойствами метода, выбором управляющих параметров в алгоритме и др. В настоящее время проводятся модельные расчеты, подтверждающие улучшения качества восстановления изображений за счет предложенного и развиваемого автором адаптивного выбора параметра β в формуле (6).

В каждом варианте расчетов для полученного приближения рассчитывается относительная погрешность по решению Δ_1 и относительная погрешность по невязке Δ_2 :

$$\Delta_1 = \|u - \tilde{u}\|_{L_2} / \|u\|_{L_2}, \quad \Delta_2 = \|A\tilde{u} - f\|_{L_2} / \|f\|_{L_2}, \text{ где } u, \tilde{u} - \text{точное, приближенное решения (см.(2)).}$$

В алгоритме, после получения и оценке относительных погрешностей, принимается решение о следующем варианте расчетных действий либо об останове вычислений по достижению предусмотренной точности с учетом отведенного времени. Именно достигнутое уменьшение относительных погрешностей подтверждает эффективность применения адаптированных значений параметра β .

3.5 Методика распараллеливания и визуальное сопровождение

Используется пошаговое распараллеливание с проверкой корректности каждого из шагов. Программа разбивается на блоки, и производятся оценки или измерения времени счета для каждого блока. Потом блоки распараллеливаются, начиная с самого длительного, до тех пор, пока общее время счета не станет приемлемым для проведения исследования вычислительного метода.

Разбиение данных на части, обрабатываемые независимо, является широко используемым подходом при распараллеливании. Именно его мы реализуем, базируясь на функциях коллективного обмена MPI. Функции коллективного обмена ориентированы на разбиение программы по данным, что позволяет вносить меньше изменений в программу.

В начале программы процесс 0 читает исходные данные и отправляет их всем остальным, используя MPI_Bcast(). Чтение данных в одном процессе гарантирует, что все процессы будут работать с одинаковыми данными. Чтение разных данных могло возникнуть при рассогласовании системных часов на узлах кластера. Это ошибка обусловлена кэшированием в сетевой файловой системе с использованием системного времени для уменьшения издержек.

В каждом блоке процесс производит вычисления со своей частью данных, обменивается результатами со всеми другими, используя MPI_Allgather() и MPI_Allreduce(), производит общие для всех вычисления перед переходом к следующей итерации. Упомянутые общие вычисления производятся быстро, и мы не используем здесь MPI_Bcast().

MPI_Allgather() является собирающей данные процедурой и не влияет на сходимость метода.

Если MPI_Allreduce() используется для определения глобального максимума из частичных максимумов, то сходимость метода не изменяется. В одном из методов решения задачи (2) понадобилось еще вычислить количество максимальных элементов. Был предложен вариант объединения двух вычислений, но он не прошел тестирования. Полезность тестирования на каждом шаге распараллеливания была подтверждена на практике.

Чаще MPI_Allreduce() используется для получения суммы значений. Однако при этом меняется порядок суммирования, что может сказываться на точности вычислений. Для выяснения величины изменения итоговой суммы была написана специальная программа. Характерные для рассматриваемого метода числовые последовательности находилась тремя разными способами: с MPI_Allreduce(), последовательно с обычной и высокой точностью. Сравнение полученных результатов показало, что сумма, полученная с MPI_Allreduce(), ближе к точной. Математическое доказательство сходимости в совокупности с такой проверкой позволяют с достаточной степенью уверенности говорить, что распараллеливание с MPI_Allreduce() в рассмотренных случаях допустимо.

Можно отметить, что применение коллективных операций обмена данными позволяет достаточно быстро преобразовать последовательную программу в параллельную, которая может в полной мере использовать вычислительные мощности ЭВМ кластерного типа. При этом следует оптимизировать лишь наиболее критичные участки программы. Полагаем, что предлагаемые подходы достаточно просты для понимания и реализации. Реальное ускорение расчетов более чем в 10 раз, полученное на вычислительном кластере «УРАН», функционирующем в ИММ УрО РАН, подтверждает их высокую эффективность.

Для визуализации вычислительного процесса применена система онлайн-визуализации, разработанная в ИММ УрО РАН [4]. Эта система позволяет подключиться к процессам вычислительной программы "на лету" во время её работы, запросить состояние расчета, а также влиять на параметры работы алгоритмов. Для этого в программу внедряются описания областей памяти, подлежащих визуализации в системе, и проводится компиляция с библиотекой связи. Также присутствует сервис-посредник, через который связываются вычислительная программа и программа визуализации.

Для задачи, описываемой в настоящей статье, программа визуализации реализована на платформе Adobe Flex и работает в веб-браузере. Среди преимуществ применения веб-технологий оказались: а) быстрый запуск процесса визуализации, без установки на каких-либо программ на компьютере исследователя, б) возможность наблюдать и управлять вычислительным экспериментом несколькими исследователями одновременно с разных компьютеров.

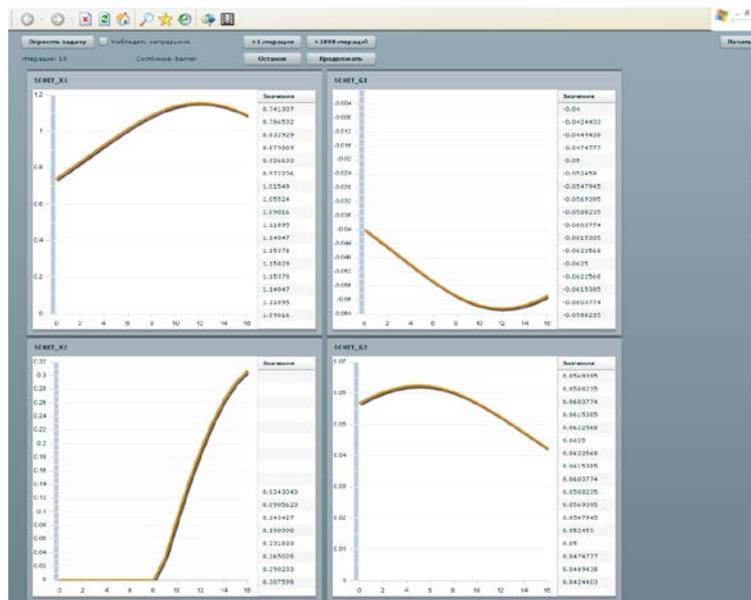


Рис. 4. Пример внешнего вида интерфейса пользователя

На рис. 4 представлено состояние одной вычислительной программы. Показан рассчитанный график функции, а также график вспомогательной функции, участвующей в расчетах. Кроме того, отображается состояние нескольких первых итераций счета, как наиболее существенных с точки зрения анализа работы алгоритма. Совместное представление состояний нескольких программ строится схожим образом. На экране располагается по представлению с одним графиком на каждую программу. Пользователь может выбрать, какой именно график он хотел бы видеть в данной программе (основной, служебный, или один из нескольких первых итераций).

4 Заключение

Успешно конструируются и совершенствуются устойчивые алгоритмы решения интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода. Для проведения расчетов разработаны параллельные программы с подключением средств оперативного визуального анализа и использованием возможностей высокопроизводительного вычислительного кластера «Уран». В результате, удалось повысить качество решения модельных задач с разрывами, в частности, для задач по восстановлению изображений.

5 Поддержка

Работа поддержана Грантом РФ №12-01-00106, Программой фундаментальных исследований Президиума РАН № 15 (проект № 12-П-1-1023).

Список литературы

- [1] Васин В. В. Аппроксимация негладких решений линейных некорректных задач //Тр. Ин-та математики и механики УрО РАН. 2006.Т. 12, № 1. С. 64—77.
- [2] Васин В. В., Серезникова Т. И. Регулярный алгоритм аппроксимации негладких решений для интегральных уравнений Фредгольма первого рода //Вычислительные технологии. 2010. Т.15, №2. С. 15—23.
- [3] Васин В. В., Серезникова Т. И. Двухэтапный метод аппроксимации негладких решений и восстановление зашумленного изображения// Автоматика и телемеханика. 2004г., № 2. С.126—135.
- [4] Vasev Pavel, Web based computational steering system // Proceedings of IADIS Multi Conference on Computer Science and Information Systems, Computer Graphics and Visualization 2008, Amsterdam, The Netherlands, pp. 324—326
- [5] Васин В. В., Серезникова Т. И., Шарф С. В. Распараллеливание и оптимизация при решении задачи восстановления изображения двухэтапным методом // Алгоритмы и программные средства параллельных вычислений. Вып.8. Екатеринбург: УрО РАН. 2004. С. 47—64